

# Détermination d'une vitesse de convection à partir de la décomposition en ondelettes d'un champ thermique

Pierre Ngae\*, Michel Grignon, José-Gabriel Poloniecki

Cemif (Centre d'études mécanique d'Île-de-France) - GMFE, 40 rue du Pelvoux, 91020 Évry cedex, France

(Reçu le 23 octobre 1997, accepté après révision le 7 octobre 1998)

Abridged English version at the end of the text

**Abstract** — A new convection velocity based on the wavelet decomposition of a thermal field. This paper reports the development of an experimental method for calculating the velocity of disturbances in a natural convection field, which is based on the wavelet choice according to disturbance features and on the space-time correlations of temperature time scale energy densities (local energy). It leads to the inter-scale velocity concept. An experimental apparatus representing a natural convection flow in an open cavity is used to provide data, for the inter-scale velocity calculation in one hand, and for the global velocity calculation (convection velocity deduced from space-time correlations of temperature) on the other. The present study shows that the inter-scale velocity is remarkably efficient when characteristic scales of the disturbances are transformed (modified). The inter-scale velocity opens up new perspectives concerning the experimental study of transition flows. © Elsevier, Paris.

scale / wavelet transform / space-time correlation / time-scale decomposition / disturbance / thermal plume / convection velocity

**Résumé** — Une nouvelle méthode destinée au calcul d'une vitesse de convection dans un champ de convection naturelle est présentée. Elle est basée sur le choix d'une ondelette en fonction des caractéristiques des perturbations thermiques et sur la corrélation spatio-temporelle de l'énergie locale du champ de température. L'énergie locale (densité d'énergie, temps échelle) obtenue à partir des transformées en ondelettes de températures permet de mieux caractériser les aspects transitoires intermittents et multiéchelles des champs analysés. La vitesse qui est déduite de cette méthode est appelée vitesse inter-échelle. Une étude comparative entre la vitesse globale (vitesse de convection déduite des corrélations spatio-temporelles de températures) et la vitesse inter-échelle a été menée à partir de données issues d'un dispositif expérimental créant un écoulement de convection naturelle. Cette étude a permis de montrer l'efficacité de la vitesse inter-échelle par rapport à la vitesse globale quand il y a une modification spatiale et temporelle des perturbations évoluant dans un écoulement. La détermination de la vitesse inter-échelle ouvre raisonnablement de nouvelles perspectives à l'étude expérimentale des écoulements de transition (voire même turbulents). © Elsevier, Paris.

échelle / transformée en ondelettes / corrélation spatio-temporelle / décomposition temps-échelle / perturbations / plume thermique / vitesse de convection

## Nomenclature

			$T(t)$	température	°C
			$\theta(t)$	température adimensionnelle	
$a$	facteur d'échelle ( $a$ positif) ou échelle (sans dimensions)		$\tilde{s}(a, b), \tilde{s}(a, t)$	coefficient de la transformée en ondelettes continue de $s(t)$	$\text{K}\cdot\text{s}^{-1}$
$b$	décalage temporel ( $b \in \mathbb{R}$ )	s			
$t$	temps	s	$\tilde{s}(a, \omega)$	transformée de Fourier de $\tilde{s}(a, t)$ ou $\tilde{s}(a, b)$	
$t_a$	durée caractéristique correspondant à l'échelle $a$	s	$E_a(a, t)$	densité d'énergie temps échelle	$\text{K}^2\cdot\text{s}^{-1}$
$\psi(t)$	ondelette analysante		$E_{d1}$	densité d'énergie temps-échelle de $T_1(t)$ à l'échelle $a_1$	$\text{K}^2\cdot\text{s}^{-1}$
$\hat{\psi}(\omega)$	transformée de Fourier de $\psi(t)$		$E_{d2}(a_2, t)$	densité d'énergie temps-échelle de $T_2(t)$ à l'échelle $a_2$	$\text{K}^2\cdot\text{s}^{-1}$

\* Correspondance et tirés à part.  
 ngae@iup.univ-evry.fr

$E_a(a)$	densité d'énergie par échelle . . .	$K^2 \cdot s^{-1}$
$C_{1,2}(\tau)$	coefficient de corrélation spatio-temporelle entre $T_1(t)$ et $T_2(t)$	
$C_{1,2}(a_1, a_2, \tau)$	coefficient de corrélation spatio-temporelle entre $E_{d1}(a_1, t)$ et $E_{d2}(a_2, t)$	
$\tau$	décalage entre deux points . . . . .	s
$\tau_m$	décalage optimum entre $T_1(t)$ et $T_2(t)$ . . . . .	s
$\tau_{max}$	décalage optimum entre $E_{d1}(a_1, t)$ et $E_{d2}(a_2, t)$ . . . . .	s
$v_{1,2}$	vitesse globale entre les positions 1 et 2 . . . . .	$m \cdot s^{-1}$
$v_{1,2}(a_1, a_2)$	vitesse inter-échelle entre les positions 1 et 2 . . . . .	$m \cdot s^{-1}$
$Gr_x = \frac{g \beta x^3 Q_c}{\lambda P r \nu^2}$	nombre de Grashoff local	
(-)	moyenne temporelle	
(~)	transformée en ondelettes	
(^)	transformée de Fourier	
FFT	Fast Fourier Transform (transformée de Fourier rapide)	

C'est autour de cette propriété de localité temporelle que nous avons défini une vitesse de convection des perturbations, dont les propriétés spatiales et temporelles varient dans un champ de convection naturelle. Celle-ci est appelée vitesse inter-échelle. Cette vitesse s'inscrit parmi les différents outils développés pour caractériser le transport dans des champs convectifs, notamment les vitesses de convection déduites des corrélations spatio-temporelles des champs de température filtrés (méthode initiée par Favre et al. [6]).

La présentation de notre démarche est scindée en trois sections :

- la section (1) est consacrée à la présentation des principales propriétés de la transformée en ondelettes continues ;

- la section (2) rappelle la notion de vitesse globale déduite de la corrélation spatio-temporelle des températures (non filtrées) : on définit ensuite dans cette partie la vitesse inter-échelle ;

- la section (3) compare la vitesse inter-échelle à la vitesse globale (vitesse de convection) ; nous utilisons à cet effet, un champ thermique créé par un corps chauffant disposé à l'intérieur d'une cavité parallélépipédique ouverte sur sa base et sur son sommet et nous effectuons la mesure de température en deux positions.

## 1. INTRODUCTION

Les champs perturbés de convection naturelle sont généralement le siège du développement d'entités élémentaires dénommées structures au sens large [1]. Elles sont bornées à la fois dans le temps et dans l'espace et ont la particularité d'être transitoires, intermittentes et multiéchelles. En effet, plusieurs auteurs, tels Tennekes et Lumley [2], considèrent qu'une représentation optimale des transferts d'énergie dans ces champs doit prendre en compte la spécificité de ces structures et doit donc être effectuée à l'aide de particules espace-phase, bornées à la fois dans l'espace physique (temps ou distances) et dans l'espace des fréquences (et ou des longueurs d'ondes). Les transformées en ondelettes, ainsi que les méthodes d'analyse temps-échelles qui en sont dérivées [3, 4], permettent de répondre à ces préoccupations.

Les méthodes *temps-échelles* bâties autour du concept d'*ondelette* considèrent un signal comme une superposition de signaux élémentaires (les ondelettes), oscillants, mais localisés dans le temps. Tous ces signaux élémentaires ont une même forme et ne diffèrent que par leur instant d'apparition et leur durée, à la différence des ondes de Fourier non localisées dans le temps. L'analyse par ondelettes offre ainsi la possibilité de suivre l'évolution d'un signal, mais aussi, en considérant des signaux élémentaires de durée de plus en plus courte, de se focaliser sur des instants précis. La transformée en ondelettes permet, à une échelle donnée, de décrire l'évolution temporelle d'un signal. Il a été ainsi défini un spectre d'énergie local, permettant de suivre l'évolution de la densité d'énergie par échelle au cours du temps [5].

## 2. RAPPELS THÉORIQUES

### 2.1. Définition d'une ondelette

Soit  $\psi(t)$  une fonction telle que  $t \in \mathbb{R}$  et  $\psi(t) \in \mathbb{C}$  ;  $\psi(t)$  a pour transformée de Fourier :

$$\widehat{\psi}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-i\omega t} dt$$

$\psi(t)$  est une *ondelette analysante* si elle est à énergie finie et si elle vérifie la condition d'admissibilité suivante :

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |\widehat{\psi}(\omega)|^2 \left( \frac{d\omega}{|\omega|} \right) < \infty \quad (1)$$

Une ondelette est une fonction bornée à la fois dans l'espace des temps (espace physique) et dans l'espace des fréquences.

### 2.2. Définition de la transformée en ondelettes continue

La transformée en ondelettes continue d'un signal  $s(t)$  réel par rapport à une ondelette analysante  $\psi(t)$  s'écrit comme le produit de convolution de  $\psi_a^*(t)$  par

$s(t)$ . Ces coefficients sont donnés par les relations (2) et (3) :

$$\tilde{s}(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{a, b}^*(t) s(t) dt \quad (2)$$

$$\widehat{\tilde{s}}(a, \omega) = \sqrt{a} \widehat{s}(\omega) \widehat{\psi}(a\omega) \quad (3)$$

avec :

- $a$  le facteur d'échelle ou l'échelle ( $a \in \mathbb{R}$ ) ;
- $b$  le décalage temporel ( $b \in \mathbb{R}$ ) ;
- $\psi^*(t)$  le conjugué complexe de  $\psi(t)$  ;
- $\widehat{\tilde{s}}(a, \omega)$  la transformée de Fourier de  $\tilde{s}(a, b)$  ;
- $\psi_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t}{a}\right)$  ;  $\psi_{a, b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$

Les coefficients de la transformée en ondelettes permettent de mettre en évidence les caractéristiques d'un signal au cours du temps, à une ou plusieurs échelles données. La transformée en ondelettes s'apparente à un microscope mathématique permettant d'observer localement (paramètre  $b$ ) avec un grossissement (paramètre  $a$ ). Cet outil est adapté à la description des phénomènes transitoires, intermittents et multiéchelles [5].

### 2.3. Propriétés

On rappelle essentiellement les propriétés des ondelettes relatives à la distribution d'énergie.

#### 2.3.1. Conservation de l'énergie

La transformée en ondelettes conserve l'énergie d'un signal. On peut ainsi écrire l'énergie d'un signal  $s(t)$ , en fonction des coefficients  $\tilde{s}(a, b)$  :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = c_\psi^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{s}(a, t)| |\tilde{s}^*(a, t)| \frac{dt da}{a^2} \quad (4)$$

$c_\psi$  est donné par l'équation (1).  $\tilde{s}^*(a, t)$  est le conjugué complexe de  $\tilde{s}(a, t)$ .

On définit une *densité d'énergie temps-échelle*  $E_d(a, t)$  pour un temps  $t$ , à une échelle  $a$ , par :

$$E_d(a, t) = |\tilde{s}(a, t)|^2 / a \quad (5)$$

La *densité d'énergie par échelle* ou le *spectre d'énergie global* est défini de la façon suivante :

$$E_a(a) = c_\psi^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} E_d(a, t) \frac{dt}{a} \quad (6)$$

La densité d'énergie par échelle représente la distribution des échelles contenues dans un signal pour une

durée de temps donné. L'énergie d'un signal est reliée à ce spectre par la formule suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \int_0^{+\infty} E_a(a) da \quad (7)$$

#### 2.3.2. Algorithme de décomposition retenu

Pour un facteur d'échelle  $a$  donné, on calcule les coefficients  $\tilde{s}(a, b)$  à partir de l'équation (3) et on procède comme suit :

on calcule  $\tilde{s}(\omega)$  à l'aide d'une FFT

on forme le produit  $\tilde{s}(\omega) \widehat{\psi}(a\omega)$  connaissant l'expression analytique de la transformée de Fourier de l'ondelette de Marr  $\widehat{\psi}(\omega) = \omega^2 \exp(-0,5\omega^2)$

on effectue une transformée de Fourier inverse (FFT inverse) de  $\widehat{\tilde{s}}(a, \omega)$  et l'on obtient les coefficients  $\tilde{s}(a, b)$  à tous les décalages  $b$ .

#### 2.3.3. Formule de reconstruction

Les coefficients  $\tilde{s}(a, b)$  sont redondants ; il existe de ce fait plusieurs formules de reconstructions [7]. À titre d'exemple, on propose :

$$s(t) = c_\psi^{-1} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{s}(a, b)}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2} \quad (8)$$

#### 2.3.4 Correspondance échelle - durée caractéristique

La correspondance entre les échelles et les durées caractéristiques est liée à la nature de l'ondelette analysante. Toute ondelette se comporte comme un filtre passe bande dont la fréquence centrale  $f_a$  peut être associée à une échelle  $a$ . La *durée caractéristique*  $t_a$  est définie comme la durée d'un motif temporel et s'assimile donc à une demi-«période». On prendra comme valeur de  $t_a$  l'inverse de  $2f_a$ . On dira ainsi que l'échelle  $a$  pointe vers  $t_a$ .

### 3. VITESSES DE CONVECTION

Les termes de *perturbations thermiques* ou *perturbations*, qui sont employés dans la suite, désignent la cohérence temporelle pour un signal de température.

#### 3.1. Vitesse globale

Considérons des perturbations qui passent par deux points 1 et 2 distants de  $d$ . Soient  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$  deux températures mesurées simultanément en ces deux points. Le coefficient de corrélation spatio-temporelle



$$C_{1,2}(\tau) = \frac{\overline{T_1(t) T_2(t + \tau)}}{\left(\overline{T_1^2(t)} \overline{T_2^2(t + \tau)}\right)^{\frac{1}{2}}} \text{ permet de calculer le}$$

décalage optimum  $\tau_m$  entre  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$ . Généralement, le terme  $\tau_m$  est la valeur de  $\tau$  pour laquelle  $C_{1,2}(\tau)$  est maximum.

La vitesse globale caractérisant l'évolution des perturbations entre les points 1 et 2 est définie comme le rapport de la distance  $d$  sur le décalage optimum  $\tau_m$  :

$$v_{1,2} = \frac{d}{\tau_m} \quad (9)$$

Le terme *globale* est employé ici, car aucune hypothèse sur la nature des perturbations n'est émise ; cette vitesse caractérise donc l'ensemble des perturbations dans l'écoulement.

Pour des environnements où seules certaines échelles se conservent, il peut arriver qu'une démarche similaire appliquée aux températures filtrées apporte une information plus fine que l'information globale délivrée par la formule précédente ; ceci a été proposé par Favre dès 1967 et repris plus tard par plusieurs auteurs, tels Cheeswright et Doan Kim Son [8]. Ces méthodes ont une efficacité limitée, dès lors que les perturbations évoluent (variation spatio-temporelle), et que, par conséquent, leurs signatures temporelles s'en trouvent modifiées. Pour déterminer une vitesse dans ces conditions, il faut tenir compte simultanément de la variation des échelles caractéristiques des perturbations et de leurs évolutions temporelles.

### 3.2. Vitesse inter-échelle

On se propose de tenir compte de la spécificité des coefficients de transformée en ondelettes qui traduisent les caractéristiques du signal. En effet, la densité d'énergie temps-échelle  $E_a(a, t)$  permet, à une échelle donnée  $a$ , de décrire l'évolution temporelle d'un signal [9, 10].

Considérons des perturbations qui passent par deux points 1 et 2 distants de  $d$ . Soient  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$  deux températures mesurées simultanément en ces deux points.

$E_{a1}(a_1, t) = \frac{|\tilde{T}_1(a_1, t)|^2}{a_1}$  représente la densité d'énergie temps-échelle de  $T_1(t)$  à l'échelle  $a_1$  (au point 1) ;

$E_{a2}(a_2, t) = \frac{|\tilde{T}_2(a_2, t)|^2}{a_2}$  représente la densité d'énergie temps-échelle de  $T_2(t)$ , à l'échelle  $a_2$  (au point 2).

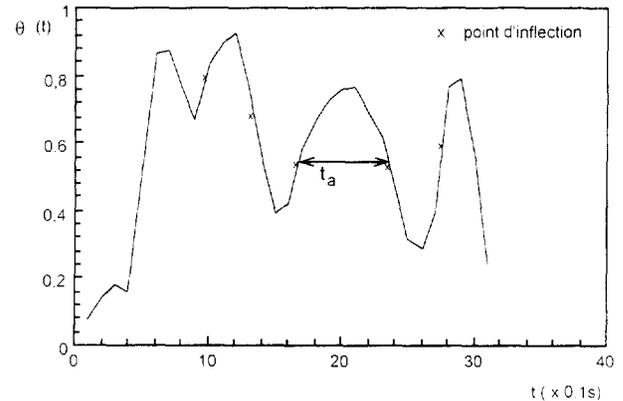
Le coefficient de corrélation spatio-temporelle  $C_{1,2}(a_1, a_2, \tau) = \frac{\overline{E_{a1}(a_1, t) E_{a2}(a_2, t + \tau)}}{\left(\overline{E_{a1}(a_1, t)^2} \overline{E_{a2}(a_2, t + \tau)^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$  permet de calculer le décalage optimum  $\tau_{\max}$  entre  $E_{a1}(a_1, t)$

et  $E_{a2}(a_2, t)$ . Généralement,  $\tau_{\max}$  est la valeur pour laquelle  $C_{1,2}(a_1, a_2, \tau)$  est maximum.

On définit la vitesse *inter-échelle* des perturbations qui passent d'une échelle  $a_1$  au point 1 à une échelle  $a_2$  au point 2 comme le rapport de la distance  $d$  séparant ces deux points sur le retard optimum  $\tau_{\max}$  :

$$v_{1,2}(a_1, a_2) = \frac{d}{\tau_{\max}} \quad (10)$$

Le choix de l'ondelette analysante doit mettre en évidence les caractéristiques des perturbations. Dans l'écoulement étudié, celles-ci sont souvent caractérisées par un manque d'homogénéité dans le champ de température. Si l'on considère une mesure de température en une position de l'écoulement, une perturbation sera caractérisée par une croissance de la température, suivie d'une décroissance de celle-ci (ou vice versa). Dans ce cas, la durée caractéristique d'une perturbation sera considérée comme la distance entre 2 points d'inflexion (*figure 1*).



**Figure 1.** Durée caractéristique  $t_a$  et points d'inflexion d'un signal adimensionnel de température  $\theta(t)$ .

**Figure 1.** Time scale  $t_a$  and inflection points in a dimensionless temperature signal  $\theta(t)$ .

L'ondelette de Marr, appelée souvent chapeau mexicain ( $\psi(t) = (1 - t^2)e^{-0.5t^2}$ ), est utilisée pour les calculs des coefficients de transformées en ondelettes des températures. Avec cette ondelette,  $\tilde{T}_1(a_1, t)$  (resp.  $\tilde{T}_2(a_2, t)$ ) est nul pour les échelles caractéristiques  $a_1$  (resp.  $a_2$ ), aux instants  $t$  correspondant aux points d'inflexion des signaux  $T_1(t)$  (resp.  $T_2(t)$ ). Le chapeau mexicain est tout à fait indiqué dans ce contexte, car les zéros des coefficients de transformées en ondelettes ainsi obtenus délimitent les positions des perturbations. Cette ondelette a été utilisée pour calculer les densités d'énergie par échelle, ainsi que les densités d'énergie temps échelles.

Le choix des échelles  $a_1$  et  $a_2$  s'effectue à partir des densités d'énergie par échelle  $E_a(a)$ , calculés pour

chacune des températures  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$ .  $a_1$  et  $a_2$  sont ainsi représentés par des maximums sur ces spectres. Toutefois, ceci ne peut être établi en règle absolue, car il peut y avoir des transferts pour des échelles non dominantes.

Si  $a_1 \neq a_2$ , la vitesse inter-échelle représente une vitesse de convection des perturbations qui se déplacent entre les points 1 et 2, et pour lesquelles les échelles caractéristiques varient de  $a_1$  à  $a_2$ .

Si  $a_1 = a_2$ , la vitesse inter-échelle représente la vitesse de convection des perturbations d'échelle caractéristique  $a_1$ .

La vitesse ainsi définie a déjà fait l'objet de travaux antérieurs, dont les détails figurent dans la référence [10]. En effet, elle y a été définie pour la première fois et appliquée avec efficacité dans différents écoulements perturbés de convection naturelle.

### 3.3. Incertitude sur les vitesses

Pour chacune des vitesses précédemment présentées, l'incertitude est donnée par la formule suivante :

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta \tau}{\tau} \quad (11)$$

où  $v$  est la vitesse,  $d$  la distance séparant les deux points et  $\tau$  le décalage optimum. L'erreur  $\Delta \tau$  est étroitement liée à la valeur du coefficient de corrélation maximum  $C_{1,2}(\tau_m)$  (resp.  $C_{1,2}(a_1, a_2, \tau_{max})$ ). En effet, plus ce coefficient est faible, plus l'erreur sur le retard optimum est grande. Nous avons donc estimé l'ordre de grandeur de l'erreur relative la façon suivante :

- $\frac{\Delta \tau}{\tau} = 1 - C_{1,2}(\tau_m)$  pour les vitesses globales
- $\frac{\Delta \tau}{\tau} = 1 - C_{1,2}(a_1, a_2, \tau_{max})$  pour les vitesses inter-échelles.

## 4. APPLICATION : ÉVALUATION DES VITESSES DE CONVECTION

L'objectif est de comparer les deux méthodes de calcul de vitesse précédentes. Nous avons utilisé à cet effet un dispositif expérimental permettant de générer un champ de convection naturelle.

### 4.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué d'un corps chauffant plongé à l'intérieur d'une cavité parallélépipédique en aluminium, ouverte sur sa base et sur

son sommet (figure 2). Le corps chauffant est composé d'un tube en acier, à l'intérieur duquel des cylindres en céramique sont traversés par des fils chauffants.

Les températures sont mesurées avec des thermocouples de type K à une fréquence d'acquisition de 200 Hz. Chacune des mesures de température est constituée de 2048 points. La puissance  $Q_c$  convectée par le système (puissance électrique diminuée des pertes radiatives) est de  $388 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}$ . Les autres paramètres du dispositif ont été fixés comme suit durant l'expérience :

$L = 750 \text{ mm}$  (longueur du dispositif) ;  $e = 1,5 \text{ mm}$  (épaisseur des parois),  $h = 400 \text{ mm}$  (hauteur des parois),  $p = 120 \text{ mm}$  (hauteur du corps chauffant),  $l = 100 \text{ mm}$  (distance entre les parois),  $c = 12 \text{ mm}$  (côté du tube).

### 4.2. Analyse du champ moyen de température

Une étude préliminaire a démontré que, pour des positions voisines du plan médian, l'écoulement est bi-dimensionnel. L'ensemble des mesures de températures est effectué dans le plan médian (plan vertical, situé au centre du dispositif, coupant perpendiculairement le corps chauffant en son milieu). L'origine  $o$  du repère est définie dans ce plan (figure 2).

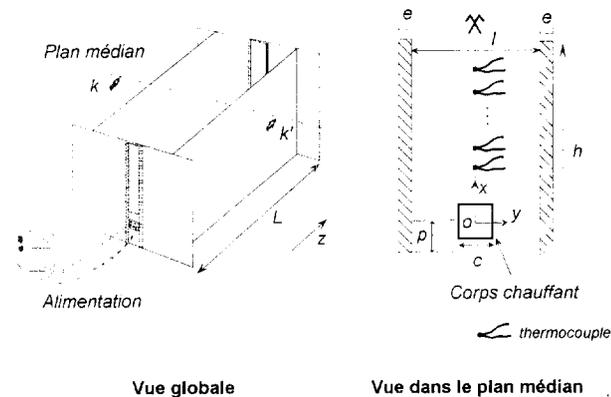


Figure 2. Schéma du dispositif expérimental.  
Figure 2. Schematic view of the experimental apparatus.

Les différentes températures mesurées au-dessus de l'élément chauffant pour  $x$  variant de 16 à 236 mm sont représentées sur la figure 3. On observe que, pour des distances inférieures à 100 mm, la décroissance de la température suit une loi de puissance en  $x^{-1,6}$ . Celle-ci, obtenue pour un canal assez large, et donc un entraînement faible, se rapproche de la loi de décroissance en régime laminaire, caractérisée par  $x^{-1,66}$  pour un panache libre. Les nombres de Grashoff locaux  $Gr_x$  calculés pour ces hauteurs sont compris entre  $2,9\cdot 10^4$  et  $2,9\cdot 10^7$  et faibles par rapport aux nombres de Grashoff de la turbulence développée.



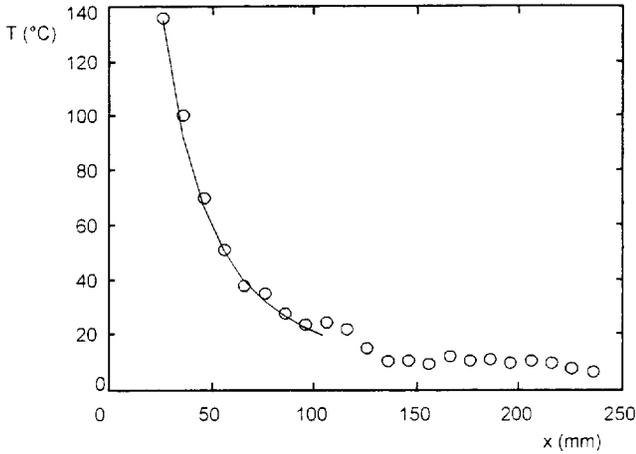


Figure 3. Profil de température  $T(x)$ .  
 Figure 3. Temperature profile  $T(x)$ .

Le profil de température pour des hauteurs comprises entre 116 et 236 mm s'écarte de la loi de puissance mise en évidence dans la partie précédente. On observe sur les courbes représentant l'écart type en fonction de  $x$  (figure 4) une décroissance progressive de l'amplitude des fluctuations à mesure que l'on s'éloigne du corps chauffant. Cette tendance disparaît pour des valeurs de  $x$  supérieures à 60 mm. On peut donc supposer qu'entre 50 mm et 100 mm, il existe une zone de transition entre la zone où l'entraînement du panache thermique est important et la zone de mélange accrue, caractérisée par une apparente inorganisation des fluctuations.

Les spectres de température calculés pour les différentes hauteurs  $x$  sont généralement constitués d'un nombre limité de fréquences propres, ce qui est caractéristique des écoulements de transition. De plus, ils ne sont ni réguliers ni continus, ce qui signifie

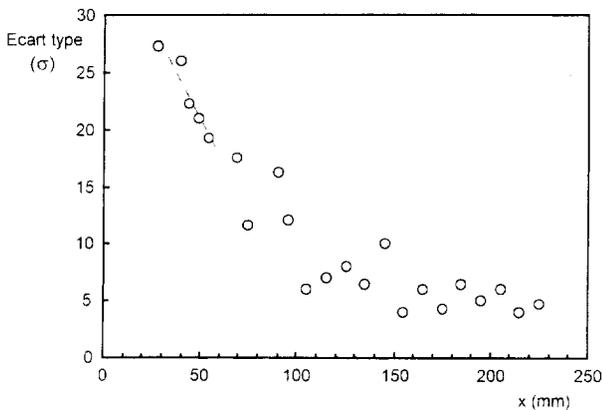


Figure 4. Écart-type  $\sigma$  en fonction de  $x$ .  
 Figure 4. Standard deviation  $\sigma$  versus  $x$ .

que les mouvements de fluide ne correspondent pas aux mouvements d'oscillation classique des panaches thermiques [11, 12].

Cette analyse du champ thermique moyen nous permet de mettre en évidence la zone de transition, riche en perturbations dont les échelles sont dispersées, sur laquelle nous appliquerons les méthodes de calcul des vitesses.

### 4.3. Vitesses globales

Les vitesses globales sont calculées en utilisant l'équation (9). Les températures sont donc mesurées simultanément en un point fixe à  $x_1 = 56$  mm et sur un point variable à  $x_2 = x_1 + d$ , avec  $d$  variant de 10 à 30 mm. Les vitesses globales en fonction de la distance  $d$  sont représentées sur la figure 5. La vitesse, pour une distance  $d$  donnée, représente la vitesse ascensionnelle des perturbations entre les positions  $x_1$  et  $x_2 = x_1 + d$ . Ce profil fait apparaître une croissance, suivie d'une décroissance, de la vitesse verticale. Ce type de profil a été observé par Brahimî [13] dans un écoulement de plume thermique. On peut néanmoins remarquer que la validité des valeurs des vitesses globales, pour les distances  $d = 17,5$  mm et  $d = 25$  mm, peut être discutée en raison de la faiblesse des coefficients de corrélation  $C_{1,2}(\tau_m)$  (voisins de 0,6). Ceci est probablement dû aux variations des échelles représentatives des perturbations.

Pour des hauteurs  $x$  comprises entre 75 et 80 mm (respectivement  $d$  compris entre 22,5 mm et 25 mm), on se positionne entre la zone d'accélération et la zone de ralentissement de l'écoulement moyen.

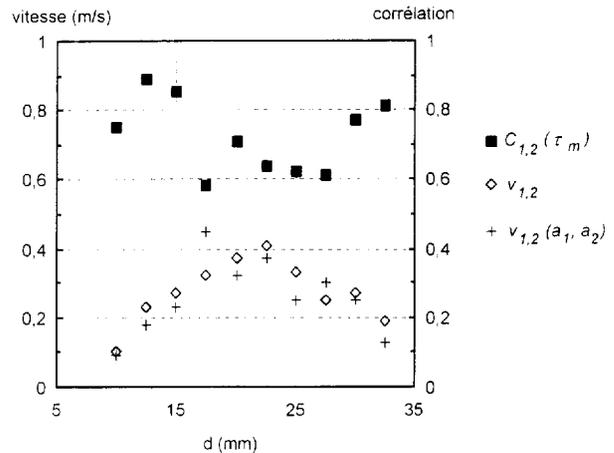


Figure 5. Vitesses globales  $v_{1,2}$ , vitesses inter-échelles  $v_{1,2}(a_1, a_2)$  et coefficient de corrélation  $C_{1,2}(\tau_m)$  en fonction de  $d$ .

Figure 5. Global velocities  $v_{1,2}$ , inter-scale velocities  $v_{1,2}(a_1, a_2)$  and space-time correlation coefficient  $C_{1,2}(\tau_m)$  as a function of  $d$ .

### 4.4. Vitesses inter-échelles

Les vitesses inter-échelles qui sont présentées dans cette section sont calculées avec les mêmes données que les vitesses globales du paragraphe précédent. Chaque calcul de vitesse nécessite la mesure de deux signaux de températures, constitués chacun de 2048 points mesurés à une fréquence de 200 Hz. Les analyses sur la distribution des échelles et sur leurs éventuelles transformations sont donc liées à cette fenêtre d'observation.

La distribution en échelles du champ thermique a montré que, près du corps chauffant, les échelles sont plus grandes que celles situées à des hauteurs élevées de la cavité. Ceci est probablement dû au fait que les grandes perturbations en génèrent de plus petites, loin de la source. C'est pour cette raison que l'on a choisi  $a_1 > a_2$  pour la majorité des vitesses inter-échelles calculées. Les valeurs de  $a_1$  et  $a_2$  sont déduites,

en utilisant l'équation (6), des maximums des densités d'énergie par échelle (calculés à partir des différents échantillons de  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$ ). Les résultats obtenus sont récapitulés dans le *tableau*.

Les vitesses globales et les vitesses inter-échelles sont reportées pour différentes distances  $d$  sur la *figure 5*. On peut d'abord observer que les vitesses inter-échelles vérifient les mêmes tendances que celles observées avec les vitesses globales.

Pour les distances  $d = 17.5$  mm et  $d = 25$  mm citées dans le paragraphe précédent, l'application de la vitesse inter-échelle permet de déterminer une vitesse de convection des perturbations :

- pour  $d = 17,5$  mm, les perturbations dont les durées caractéristiques varient de 0,05 à 0,04 s entre les points 1 et 2 ont une vitesse ascensionnelle de  $0,32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ;

TABLEAU  
Paramètres des vitesses globales  $v_{1,2}$  et des vitesses inter-échelles  $v_{1,2}(a_1, a_2)$ .  
Parameters of the global velocities  $v_{1,2}$  and inter-scale velocities  $v_{1,2}(a_1, a_2)$ .

$d$ (mm)	$C_{1,2}(\tau_m)$	$v_{1,2}$ ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	$\frac{\Delta v_{1,2}}{v_{1,2}}$	$C_{1,2}(a_1, a_2, \tau_{\max})$	$v_{1,2}(a_1, a_2)$ ( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	$\frac{\Delta v_{1,2}(a_1, a_2)}{v_{1,2}(a_1, a_2)}$
10	0,75	0,09	0,25	0,95	0,1	0,05
12,5	0,89	0,18	0,11	0,77	0,22	0,23
15	0,85	0,23	0,15	0,98	0,26	0,02
17,5	0,58	0,44	0,42	0,77	0,32	0,23
20	0,71	0,32	0,29	0,77	0,37	0,23
22,5	0,64	0,38	0,36	0,92	0,42	0,08
25	0,62	0,26	0,38	0,89	0,34	0,11
27,5	0,61	0,3	0,39	0,76	0,25	0,24
30	0,77	0,25	0,23	0,88	0,28	0,12
32,5	0,81	0,14	0,11	0,75	0,19	0,25

$d$ (mm)	$a_1$	$t_{a_1}(s)$	$a_2$	$t_{a_2}(s)$	$\left  \frac{v_{1,2}(a_1, a_2) - v_{1,2}}{v_{1,2}} \right $
10	0,035	0,09	0,033	0,08	0,11
12,5	0,019	0,05	0,019	0,05	0,22
15	0,019	0,05	0,013	0,03	0,13
17,5	0,019	0,05	0,017	0,04	0,27
20	0,019	0,05	0,016	0,04	0,16
22,5	0,019	0,05	0,009	0,02	0,11
25	0,026	0,07	0,019	0,05	0,31
27,5	0,038	0,1	0,017	0,04	0,2
30	0,039	0,1	0,026	0,07	0,12
32,5	0,060	0,15	0,039	0,1	0,36

- pour  $d = 25$  mm, les perturbations dont les durées caractéristiques varient de 0,07 à 0,05 s entre les points 1 et 2 ont une vitesse ascensionnelle de  $0.34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Pour une distance  $d = 12,5$  mm, on a  $C_{1,2}(\tau_m) = 0,89$ ; ceci traduit vraisemblablement le fait que les perturbations ayant une durée caractéristique de 0,05 s ont une vitesse ascensionnelle de  $0,23 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

On peut ensuite remarquer que pour toutes les distances  $d$  considérées, les vitesses inter-échelles sont voisines des vitesses globales; ceci signifierait que les perturbations qui changent d'échelles caractéristiques au cours du temps ont des vitesses proches de celles de l'écoulement moyen.

On observe, enfin, que les incertitudes relatives estimées pour les vitesses inter-échelles sont du même ordre de grandeur que celles déduites pour des vitesses globales.

## 5. CONCLUSION

La détermination d'une vitesse inter-échelle déduite des propriétés de localité des ondelettes est une nouvelle approche pour l'analyse des champs perturbés. Son efficacité a été démontrée dans un champ de convection naturelle. En effet, lorsque les signatures spatiales et temporelles des perturbations varient et sont faiblement corrélées en différents points d'un écoulement, on peut toujours caractériser leur déplacement en déterminant une vitesse inter-échelle.

Cet outil est naturellement destiné à des expérimentateurs qui souhaitent caractériser des ambiances convectives à l'aide de capteurs mobiles de température. Il est relativement facile à mettre en œuvre et est complémentaire des outils statistiques existants (analyse de Fourier, moments statistiques, échantillonnage conditionnel, etc.).

Des études sont en cours afin de déterminer d'autres critères pour la sélection des échelles ( $a_1$  et  $a_2$ ): on ne

prendrait alors plus seulement en compte des échelles dominantes de la fenêtre d'observation (maximum des spectres d'énergie par échelles), mais aussi des échelles non dominantes. La détermination de la vitesse inter-échelle est également en cours d'évaluation dans un champ turbulent.

## RÉFÉRENCES

- [1] Robinson S.K., Coherent motion in the turbulent boundary layer, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 23 (1993) 601-609.
- [2] Lumley J.L., Tennekes H., *A first course in turbulence*, M.I.T Press, 1992.
- [3] Meyer Y., *Les ondelettes : algorithmes et applications*, Armand Collin, 1992.
- [4] Meyer Y., *Wavelets and applications*, Research notes in applied Mathematics, RMA 20, Masson, 1991.
- [5] Farge M., Wavelets Transform and their applications to turbulence, *Annu. Rev. Fluid. Mech.* 24 (1992) 395-457.
- [6] Favre A., Gaviglio J., Dumas R., Structure of velocity space-time correlation in a boundary layer, *Phys. Fluids* (1967) S138-S145.
- [7] Perrier V., *Ondelettes et simulation numérique*, Note technique Onera 1991-8.
- [8] Cheesewright R., Doan K.S., Space-time correlation measurements in a turbulent natural convection boundary layer, *Int. J. Heat Mass Tran.* 21 (1978) 911-921.
- [9] Collineau S., *Étude expérimentale des mouvements cohérents turbulents au voisinage des couverts végétaux*, thèse, École centrale de Paris, 1993.
- [10] Ngae P., *Analyse des champs instables en convection naturelle : décompositions en échelles*, thèse, université d'Évry-Val-d'Essonne, 1996.
- [11] Noto K., Swaying motion in a thermal plume above a horizontal line heat source, *J. Thermophys.* 3 (4) (1989).
- [12] Yosinobu H., Experimental study on instability of a natural convection flow above a horizontal line heat source, *J. Phys. Soc. Jpn.* 47 (1) (1979).
- [13] Brahimi M., *Structure turbulente des panaches thermiques : 'interaction'*, thèse, université de Poitiers, 1987.

---

### Abridged English Version

#### A new convection velocity based on the wavelet decomposition of a thermal field

A new experimental method is proposed to determine the velocity of disturbances in a natural convection field. It is based on the wavelet choice according to disturbance features and, on the space-time correlations of temperature time scale energy densities (local energy). This method leads to the inter-scale velocity concept. The velocity calculation is achieved by the following steps:

- the simultaneous measurement of temperature at two locations (two heights) of the flow;  $x_1$  and  $x_2 = x_1 + d$ ; these temperatures are used to compute all the energy densities, according to the analysing wavelet;

- the choice of the analysing wavelet according to disturbance features; in the flow under study, disturbances are characterised by the lack of homogeneity

in the temperature field. If a temperature signal is considered, disturbances are characterised by an increase followed by a decrease of temperature (or vice versa) as illustrated in *figure 1*. The Mexican Hat wavelet  $\psi(t) = (1 - t^2) \exp(-0.5t^2)$  is well suited for this context, because the zeros of the local energy at a given scale delimit the positions of the disturbances;

- the selection of the dominant evolving scales ( $a_1$  and  $a_2$ ) between the two previous locations of the flow; these scales are the local maxima of the global wavelet energy spectrum computed using equation (6);

- the determination of the inter-scale velocity  $v_{1,2}(a_1, a_2)$  as the ratio of an optimum delay  $\tau_{\max}$  to the distance  $d$  separating the two locations of the flow; the optimal delay is obtained by the space-time correlation of the temperature time-scale energy density at the evolving scale (equation (10)); when  $a_1 \neq a_2$  the inter-scale velocity represents an upward velocity of disturbances that are flowing from point 1 (with a characteristic scale  $a_1$ ) to point 2 (with a characteristic scale  $a_2$ ). If  $a_1 = a_2$ , the inter-scale velocity represents an upward velocity of disturbances that are flowing from point 1 to the point 2 with a characteristic scale  $a_1$ .

An experimental apparatus providing a natural convection flow was employed to compare the inter-scale velocity with the global velocity (convection velocity deduced from space-time correlations of temperatures, equation (9)). This apparatus is constituted of a heating body placed in an aluminium cubic cavity, open on its basis and on its top. A schematic view of the experimental apparatus is shown in *figure 2*. Cromel-alumel thermocouples (type K) are employed for measurements of the temperature of the plume at the sampling rate of 200 Hz. The convective power was set to  $388 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}$ .

The analysis of the mean flow parameters (temperature in *figure 3*, standard deviation in *figure 4*, local Grashoff numbers) allows the supposition that the studied flow represents a transition flow; between 50 mm and 100 mm there is an intermediate zone between a dragging zone and a mixing zone.

The global velocities and the inter-scale velocities were calculated inside the intermediate zone, using

the same data set. The resulting profiles are reported in *figure 5*, the velocity calculation parameters are summarised in the table. The profile of the global velocities as well as those of the inter-scale velocities both show an increase followed by a decay of the upward velocity. The validity of the global velocities for the distances  $d = 17.5 \text{ mm}$  and  $d = 25 \text{ mm}$  needs to be clarified because of the weak value of the correlation coefficient  $C_{1,2}(\tau_m)$  (close to 0.6). Indeed, for these distances the resemblance criterion is not strong enough to deduce a global velocity from the space-time correlations of temperatures.

Considering the evolving scales ( $a_1$  and  $a_2$ ), and the fact that large disturbances give rise to smaller ones far from the heating body ( $a_1 > a_2$ ), we calculate a convection velocity for these two distances:

- for  $d = 17.5 \text{ mm}$ , disturbances whose time scale vary from 0.05 to 0.04 s between the two locations are flowing with a velocity of  $0.32 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $C_{1,2}(a_1, a_2, \tau_{\max}) = 0.77$ );

- for  $d = 25 \text{ mm}$ , disturbances whose time scale vary from 0.07 to 0.05 s between the two locations are flowing with a velocity of  $0.34 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $C_{1,2}(a_1, a_2, \tau_{\max}) = 0.89$ ); it could be noticed that the relative uncertainties of the inter-scale velocity and the global velocity are in the same order of magnitude (*table*).

This study shows the efficiency of the inter-scale velocity concept when the characteristic scales of the disturbances change, and therefore there is a weak correlation of the measured temperatures. In the proposed study the inter-scale velocity was principally used to characterise the movement of disturbances that are modified between two locations of a flow.

This velocity calculation is a complementary tool to the usual ones (statistics and Fourier analysis) used for the study of unsettled ambience. This tool, relatively easy to implement, could reasonably be appreciated in experimental studies of transition flows.

Current studies are trying to improve the proposed inter-scale velocity calculation method, especially in the selection of evolving scales.

